

# הקשר בין יכולת גבוהה במתמטיקה לבין יצירתיות מתמטית בקרב תלמידי תיכון

פרופ' רוזה לייקין, לב מרים

אוניברסיטת חיפה  
הפקולטה לחינוך  
החוג לחינוך מתמטי

נובמבר 2013

\*מסמך זה מבוסס על עבודת הדוקטורט של מרים לב בהנחיית פרופ' רוזה לייקין.

תודות: החוקרות מודות למשרד החינוך על התמיכה הכספית לביצוע מחקר זה.

## תקציר

המחקר מקשר לשתי נקודות עיקריות בתחום החינוך המתמטי בישראל ובעולם: האחת היא הצורך להגביר את חשיבות היצירתיות המתמטית כאשר מלמדים מתמטיקה והשנייה היא הצורך לפתח כלי שיאפשר הערכת יצירתיות מתמטית. מניע נוסף לעריכת המחקר הוא ההבחנה שהנושא של יצירתיות מתמטית כמו גם הנושא של יצירתיות בתחום החינוך המתמטי לא נחקר מספיק. אפיון הקשרים שבין מחוננות מתמטית ויצירתיות מתמטית עדין חסר בספרות המקצועית (לדוגמא, Leikin, 2013; Leikin & Lev, 2007; Leikin & Lev, 2013; Lev & Leikin, 2013, Sriraman, 2005). מאז מחקרו המקורי של Krutetskii (1976) על יכולות מתמטיות גבוהות, התקיימו רק מספר קטן של מחקרים אמפיריים שעסקו באפיון יכולות מתמטיות של תלמידים מחוננים כך שנשאר מספר גדול של שאלות פתוחות (Leikin, 2011). באופן ספציפי, השאלה "מה הוא הקשר בין יצירתיות מתמטית לבין יכולת גבוהה במתמטיקה?" לא נחקרה כלל בקרב תלמידי בתי הספר. מחקר זה ניסה לענות על שאלה זאת.

כדי לחקור יצירתיות מתמטית בקרב התלמידים במחקר זה, נעשה שימוש במשימות הניתנות לפתרון בדרכים שונות (משימות שבהן נדרש פתרון בעיות מתמטיות בדרכים שונות Multiple Solution Tasks - להלן MSTs) וכן נבחנו הקשרים בין יצירתיות מתמטית, יכולת גבוהה במתמטיקה ומחוננות כללית. המחקר מתמקד ב**יצירתיות מתמטית יחסית** של תמידי בית הספר, הלוקחת בחשבון את ההיסטוריה החינוכית של התלמידים ובודקת יצירתיות מתמטית בהתייחס לשטף, גמישות ומקוריות של חשיבה מתמטית של המשתתפים במחקר כפי שבאים לידי ביטוי בפתרונותיהם המובאים ל MSTs.

למחקר זה היו **שלוש מטרות משולבות**:

1. לבחון את הקשר שבין יצירתיות מתמטית, בין יכולת גבוהה במתמטיקה ובין מחוננות כללית, בקרב תלמידי בית ספר תיכון.
2. לחקור את היצירתיות של מתבגרים בעלי יכולת גבוהה ביוחד במתמטיקה.
3. לחקור את העוצמה של סוגים שונים של MSTs בזיהוי יצירתיות מתמטית בקרב תלמידים הנבדלים הישגיהם מתמטיים וברמת המשכל.

**מדגם המחקר כלל** 184 תלמידי בית ספר תיכון (בני 16-18) שחולקו לארבע קבוצות מחקר עיקריות על פי צרופים שונים של רמות יכולת במתמטיקה של בית ספר תיכון (פקטור EM) ומחוננות כללית (פקטור G) (ראה קטע 2.3). בנוסף, השתתפו במחקר זה 7 (בני 16-18) תלמידים בעלי יכולת גבוהה מאד במתמטיקה (S-MG).

184 תלמידים נבחרו מקבוצה של 1200 תלמידי בתי הספר הלומדים מתמטיקה ברמות של 4 ו 5 יח"ל. EM פקטור של 1200 תלמידים נבחנו על בסיס ציוני המתמטיקה שניתנו על ידי מוריהם ומבחן M-SAT (גרסה מקוצרת) שהעובר בין התלמידים על ידי החוקרים. G פקטור של

התלמידים נבחנו על בסיס לימודיהם בכיתות מחוננים ועל בסיס ציון שהתלמידים קיבלו במבחן RAVEN שהעובר על מנת לבנות את המדגם. המדגם כלל 4 קבוצות תלמידים (G-EM, NG-EM, G-NEM, NG-NEM) על בסיס שילובם של EM ו-G פקטורים. הקבוצה החמישית (S-MG) נבחרה על בסיס המלצות של פרופסורים למתמטיקה באוניברסיטאות על בסיס ההכרות האישית שלהם את הפוטנציאל המתמטי הגבוהה במיוחד של תלמידים אילה.

**איסוף וניתוח הנתונים:** איסוף הנתונים היה בעזרת מבחנים כתובים וראיונות אישיים.

**המבחן** שכלל חמישה MSTs נבנה במיוחד לצורך המחקר (ראה קטע 2.2.1 ו-2.2.2). להערכת היצירתיות של התלמידים נעשה שימוש במודל להערכת יצירתיות המבוסס על השימוש ב-MSTs (ראה חלק 3 וקטע 1.2.7, Leikin & Lev, 2013; Leikin, 2009, 2013). ניתוח פתרונות התלמידים למבחן נעשה על פי 5 קריטריונים (נכונות הפתרונות, שטף, גמישות, מקוריות ויצירתיות). הניתוח הכמותי של המבחנים נעשה בשני שלבים: שלב A התמקד בדמיון ובהבדלים שבין ארבע הקבוצות העיקריות של המשתתפים: G-EM, NG-EM, G-NEM, NG-NEM. שלב B התמקד בזיהוי מאפיינים מיוחדים של המשתתפים מקבוצת S-MG. בשלב A נעשה שימוש ב-MANOVA לזיהוי פקטור G ופקטור EM, שימוש ב-ANOVA והשוואות מסוג pair-wise (G) מול NG בתוך קבוצת EM ובתוך קבוצת NEM ו-EM מול NEM בתוך קבוצת G ובתוך קבוצת NG (בנפרד). בשלב A נעשה שימוש במבחן אי פרמטרי (Kruskal-Wallis) כדי לבחון את המאפיינים הספציפיים של תלמידי קבוצת S-MG (בהשוואה לתלמידי קבוצת G-EM ותלמידי קבוצת NG-EM) ומבחני Mann-Whitney להשוואות pair-wise בין הקבוצות.

המבחן העובר בקרב 860 תלמידים (הקבוצה כללה 181 תלמידים מ 4 קבוצות עיקריות של המחקר) על מנת לבדוק יצירתיות יחסית של תלמידי המדגם.

**הראיונות** עם התלמידים מהקבוצות של התלמידים המצטיינים במתמטיקה התקיימו לצורך ניתוח האסטרטגיות בהן התלמידים השתמשו כדי לפתור בעיות שהפתרון שלהן דורש שימוש בתובנה (insight). במהלך הראיון התלמיד התבקש לחשוב בקול רם כאשר הוא פתר את הבעיות בדרכים שונות. הראיונות צולמו במצלמת וידאו, תועתקו ונעשה ניתוח אינדוקטיבי לנאמר במהלך הראיון (ראה קטע 2.5 ופרק 5 בתוך חלק 3).

### **ממצאים עיקריים והשערות**

בהתבסס על הממצאים של מחקר זה עולות מספר השערות מחקר, שאנחנו מתכוונים לבחון במחקר חדש:

1. פקטורים G ו-EM קשורים זה לזה אך הם מהווים מאפיינים אישיים שונים. השערה זו מבוססת על הממצאים הבאים:

(א) לפקטורים G ו-EM יש אפקטים עיקריים שונים בהתמודדות עם משימות מרובות פתרונות שונות.

(ב) קיים אפקט אינטראקציה בין הפקטורים G ו-EM בקריטריון השטף המשתקף בפתרונותיהם של התלמידים.

(ג) לפקטורים G ו-EM יש אפקטים שונים בפתרון משימות זהות.

2. ממצאי המחקר מובילים לשתי תובנות חשובות למערכת החינוך:

א. מחוננות כללית אינה תנאי הכרחי להצטיינות במתמטיקה של בית הספר,

ב. הצטיינות במתמטיקה של בית הספר לא בהכרח מזהה מחוננות כללית.

3. שילוב של פקטור G ו-EM מתבטא במאפיינים כמותיים ואיכותיים של חשיבה מתמטית יצירתית.

4. אנו משערים כי

א. בשלישיה שטף-גמישות-מקוריות, שטף וגמישות ניתנים לפיתוח (קשורים ל-EM), בעוד שמקוריות היא כמו ("gift") מאפיין מולד (קשורה ל-G).

ב. מקוריות הייתה המרכיב הדומיננטי בקביעת יצירתיות בעוד שפקטור G קשור באופן משמעותי להבדלים בפתרון בעיות המבוססות על תובנה (insight).

אנו מציעים שלמרות שיכולת מתמטית, שהיא יכולת ספציפית, נחשבת חלק ממחוננות כללית, מחוננות מתמטית הינה שילוב של מחוננות כללית הצטיינות במתמטיקה. על בסיס ממצאים המחקר אנו טוענים כי מחוננות מתמטית ניתנת לאפיון בעזרת יצירתיות מתמטית גבוהה הקשורה למקוריות החשיבה המתמטית המתבססת על לתובנה (insight) מתמטית.

#### **למחקר זה תרומה בשלושה מימדים:**

במימד התיאורטי, המחקר הזה הוא הראשון שמציג – בהתבסס על חקירה שיטתית אמפירית – כי מחוננות כללית והצטיינות במתמטיקה ניתנים לאפיון בעזרת תופעות שונות הקשורות ליצירתיות. המחקר מציע הגדרה למחוננות מתמטית בעזרת שילוב של יצירתיות מתמטית ומחוננות כללית. מחקר זה הוא הראשון שמציג – עבור תלמידי בית ספר תיכון – כי תובנה (insight) מתמטית היא מאפיין ספציפי של מחוננות מתמטית.

במימד המתודולוגי, המחקר מרחיב את השימוש במודל של יצירתיות מתמטית עם MSTs, נותן לו תוקף ומספק לקהילה הרחבה של חוקרים ואנשי חינוך מתמטי מבחנים מוכנים לשימוש המאפשרים זיהוי של יצירתיות מתמטית אצל תלמידי בית ספר תיכון.

במימד המעשי, המחקר מספק תמיכה נוספת לעיקרון השוויון בחינוך שלפיו כל אחת מתלמידים חייבת לקבל הזדמנויות לימודיות שוות -- הזדמנויות שלוקחות בחשבון את הפוטנציאל המתמטי שלהם המורכב מרמת היכולת, הצרכים האישיים, והמוטיבציה של הלומדים.

# רשימת המקורות והפרסומים (עבור התקציר)

## מקורות

- Krutetskii, V. A. 1976. *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Translated from Russian by J. Teller; edited by J. Kilpatrick and I. Wirszup. Chicago: The University of Chicago Press.
- Leikin, R. & Lev, M. (2007). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In J-H Woo, H-C Lew, K-S Park & D-Y Seo (Eds.) *Proceedings of the 31<sup>st</sup> International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. (Vol. 3, pp. 161-168). Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students*. (Ch. 9, pp. 129-145). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publisher.
- Leikin, R. (2011). The education of mathematically gifted students: On some complexities and questions. *Montana Mathematical Enthusiast Journal*, 8, 167- 188.
- Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics? An analysis of constructs within the professional and school realms. *The Journal of Secondary Gifted Education*, 17, 20–36.

## פרסומים על בסיס עבודת המחקר הנוכחית

- Leikin, R. & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 45(2), 183–197.
- Leikin, R. (In press-2013). Evaluating mathematical creativity: The interplay between multiplicity and insight. *Psychological Test and Assessment Modeling*, 55(4).
- Lev, M. & Leikin, R. (2013). The connection between mathematical creativity and high ability in mathematics. In *The Proceedings of the Eighth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education - CERME-8*.